

Минобрнауки России

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Кургалин Сергей Дмитриевич
Кафедра цифровых технологий

25.06.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.21 Теория вероятностей

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Клинских Александр Федотович, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована:

протокол НМС ФКН № 5 от 10.03.2021

8. Учебный год:

2022-2023

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели дисциплины: обучение студентов построению математических моделей случайных явлений, изучаемых естественными науками, анализу этих моделей, развитие у студентов навыков интерпретации теоретико-вероятностных конструкций.

Задачи дисциплины: изучение понятий случайной величины, функции распределения случайной величины, условной вероятности, статистического распределения, закона больших чисел, математического ожидания, дисперсии, цепей Маркова, развитие навыков решения практических задач с использованием теории вероятностей.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины требуется предварительное изучение математического анализа.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки),

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знает математический аппарат современной теории вероятностей; принципы построения и анализа математических моделей случайных явлений</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Умеет доказывать основные теоремы элементарной теории вероятностей; решать стандартные теоретико-вероятностные задачи</p>

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеет навыками интерпретации теоретико-вероятностных конструкций и решения проблемных вероятностных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

5/180

Форма промежуточной аттестации:

Экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 3	Всего
Аудиторные занятия	68	68
Лекционные занятия	34	34
Практические занятия	34	34
Лабораторные занятия		0
Самостоятельная работа	76	76
Курсовая работа		0
Промежуточная аттестация	36	36
Часы на контроль	36	36
Всего	180	180

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Основные понятия теории вероятностей	Предмет и задачи курса. Основные понятия теории вероятностей	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2	Классическое определение вероятностей	Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426
3	Условные вероятности	Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426
4	Вероятностная схема Бернулли	Вероятностная схема Бернулли. Статистические распределения. Метод производящих функций	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426
5	Случайные величины	Случайные величины	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426
6	Характеристики случайных величин	Математическое ожидание. Дисперсия	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426
7	Предельные теоремы	Предельные теоремы	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426
8	Цепи Маркова	Цепи Маркова	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия теории вероятностей	4	4		6	14
2	Классическое определение вероятностей	4	4		10	18
3	Условные вероятности	6	6		10	22

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
4	Вероятностная схема Бернулли	4	4		10	18
5	Случайные величины	4	4		10	18
6	Характеристики случайных величин	4	4		10	18
7	Предельные теоремы	4	4		10	18
8	Цепи Маркова	4	4		10	18
		34	34	0	76	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Иванов Б. Н. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 224 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3636-1 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113901 >.
2	Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Емельянов Г. В., Скитович В. П. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 332 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3984-3 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113941 >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Ширяев, А. Н. Вероятность-1: Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник / А.Н. Ширяев .— Изд. 4-е, перераб. и доп. — Москва : МЦНМО, 2007 .— 552 с. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-94057-105-6 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63256 >.
2	Ширяев, А. Н. Вероятность-2: Суммы и последовательности случайных величин -- стационарные, мартингалы, марковские цепи : учебник / А.Н. Ширяев .— Изд. 4-е, перераб. и доп. — Москва : МЦНМО, 2007 .— 416 с. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-94057-106-3 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63257 >.
3	Ширяев, А. Н. Задачи по теории вероятностей : учебное пособие / А.Н. Ширяев .— Москва : МЦНМО, 2006 .— 416 с. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 5-94057-107-7 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62138 >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Емельянов Г. В., Скитович В. П. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 332 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3984-3 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/113941>.
2	Блягоз, З. У. Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций [Электронный ресурс] / Блягоз З. У. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2018 .— 224 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2934-9 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/103061>.
3	Блягоз, З. У. Задачник по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] / Блягоз З. У. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2018 .— 236 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2933-2 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/103060>.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-8	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа
2	Разделы 1-8	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа
3	Разделы 1-8	ОПК-1	ОПК-1.3	Контрольная работа

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Экзамен

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- контрольные работы

Примерные задания для контрольных работ

1. Студент знает не все экзаменационные билеты. В каком случае вероятность выбрать неизвестный билет будет для него наименьшей, когда он выбирает билет первым или последним, не обладая информацией о выбранных ранее билетах? (2 балла)

Ответ: вероятность одинакова.

2. Понятие вероятности случайного события. (4 балла)

Ответ: Числовая функция P , определённая на классе событий U , называется вероятностью, если выполняются следующие условия (аксиомы):

- U есть алгебра событий;

- $P(A) \geq 0; \forall A \in U$;

- $P(\Omega) = 1$.

- Если $AB = \emptyset$ (события A и B - несовместны), то $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

3. Среди 25 экзаменационных билетов, по мнению студентов, есть 5 «хороших». Двое студентов по очереди берут по одному билету. Чему равна вероятность события, что оба студента взяли «хорошие» билеты? (4 балла)

Ответ: 1/30.

4. Брошены три монеты. Чему равна вероятность события, что выпадут два герба. (5 баллов)

Ответ: 3/8.

5. Свойства функции распределения $F(x) = P\{U < x\}$ (4 балла)

Ответ:

1) $F(-\infty) = 0$;

2) $F(+\infty) = 1$;

3) При $x_2 > x_1$ справедливо $F(x_2) \geq F(x_1)$.

6. Функция распределения индикатора события с вероятностью 0,3. (5 баллов)

Ответ: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 0,7, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

7. Запишите формулу полной вероятности и формулу Байеса. (4 балла)

Ответ: $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|H_i)P(H_i); P(H_k|A) = \frac{P(H_k)P(A|H_k)}{P(A)}$.

8. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Чему равна вероятность события, что все пассажиры выйдут одновременно на одном и том же этаже? (5 баллов)

Ответ: 1/64.

9. Характеристики случайных величин: среднее значение и дисперсия случайной величины. (4 балла)

Ответ: $\bar{U} = \sum_{i=1}^{\infty} u_i p_i, D[U] = \bar{U}^2 - (\bar{U})^2.$

10. Понятие ковариации двух случайных величин, дисперсия суммы двух случайных величин. (4 балла)

Ответ: $\text{Cov}(X, Y) = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y}. D(X + Y) = D(X) + D(Y) + 2\text{Cov}(X, Y).$

11. Трёхтомник стихотворений располагается на книжной полке в случайном порядке. Найти 1) вероятность того, что первый том будет расположен на своём порядковом месте; 2) условную вероятность того, что первый том окажется на первом месте, при условии, что вторым на полке стоит второй том. (5 баллов)

Ответ: 1) $1/3$; 2) $1/2$.

12. Бросаются 4 игральные кости. Найти вероятность события, что на них выпадет по одинаковому числу очков. (4 балла)

Ответ: $1/216$.

13. Запишите формулы распределения вероятностей: а) биномиального, б) нормального, в) Пуассона. (3 балла)

Ответ: а) $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$; в) $\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.

14. Запишите а) формулу Стирлинга, б) значение выражения $\ln(50!)$. (3 балла)

Ответ: а) $n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot n^n \cdot e^{-n}$; б) $148,8$.

15. В городе в октябре месяце в среднем бывает шесть дождливых дней. Рассматривается событие, что из случайно выбранных в этом месяце двенадцати дней четыре оказываются дождливыми. Найти вероятность этого события (3 балла)

Ответ: $\binom{12}{4} \cdot \left(\frac{6}{31}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{6}{31}\right)^{12-4}$.

16. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,05. Пусть сообщение содержит восемь знаков. Найти вероятность того, что сообщение содержит не более двух искажений. (5 баллов)

Ответ: $\sum_{k=0}^2 \left[\binom{8}{k} \cdot (0,05)^k \cdot (1 - 0,05)^{8-k} \right]$.

17. Свойства функции распределения для системы двух случайных величин $F(x, y) = P\{U < x, V < y\}$. (3 балла)

18. Найти функцию распределения индикатора события, вероятность появления которого равна 0,4. (2 балла)

Ответ: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 0,4, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

19. В одном ящике имеется 5 белых и 10 красных шаров, в другом - 5 красных и 10 белых. Из каждого ящика вынута по одному шару. Найти вероятность события $A = \{\text{вынут хотя бы один красный шар}\}$. (4 балла)

Ответ: $7/9$.

20. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли пять человек. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная с третьего. Чему равна вероятность события, что трое из них выйдут одновременно на пятом этаже? (3 балла)

Ответ: $\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right)^{5-3}$.

21. Определение марковского процесса. (2 балла)

22. Производятся тридцать независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,3. Найти среднее и дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях. (4 балла)

Ответ: $30 \cdot 0,3$; $30 \cdot 0,3 \cdot (1 - 0,3)$.

23. Собрание сочинений из семи томов располагается на книжной полке в случайном порядке. Найти 1) вероятность того, что третий том будет расположен на своём, третьем, порядковом месте; 2) условную вероятность того, что третий том окажется на третьем месте, при условии, что седьмым на полке стоит седьмой том. (4 балла)
 Ответ: 1) $1/7$; 2) $1/6$.
24. Бросаются пять «правильных» игральных костей. Найти вероятность события, что на них выпадет ровно две двойки. (4 балла)
 Ответ: $\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{5-2}$.
25. Испытание заключается в бросании двух «правильных» игральных костей. Найти вероятность события, что в семи независимых испытаниях ровно три раза выпадет по две двойки. (4 балла)
 Ответ: $\binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{36}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{36}\right)^{7-3}$.
26. (о надёжности банковской карты) Найти вероятность того, что в результате двух попыток, предоставляемых банкоматом, будет угадан неизвестный четырёхзначный код. (5 баллов)
27. (о забывчивости) Найти вероятность того, что будут угаданы две, отличные друг от друга, цифры кода банковской карты. (5 баллов)
28. (ящик и шары) В ящике имеется 4 белых и 6 красных шаров. Из ящика три раза выбирают случайным образом по одному шару. Найти вероятность того, что все три выбранных шара окажутся белыми, если выбранные из ящика шары обратно не возвращаются. (5 баллов)
29. (ящики и шары) Пусть имеется пять ящиков. В двух из них имеется по одному белому и по три красных шара, в трёх других ящиках – по два белых и два красных шара. Из произвольно выбранного ящика выбирают случайным образом один шар. Найти вероятность того, что шар окажется белым. (5 баллов)
30. (игральная кость) Игральная кость подбрасывается до тех пор, пока не выпадет 6 очков. Найти вероятность того, что кость придётся подбрасывать не менее трёх раз. (5 баллов)
31. (ошибки при передаче сообщений) При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,03. Пусть сообщение содержит десять знаков. Найти вероятность того, что сообщение содержит не более трёх искажений. (5 баллов)
32. (студент и экзамен) Из 25 вопросов, включённых в программу экзамена, студент подготовил 20. На экзамене студент случайным образом выбирает 5 вопросов из 25. Для сдачи экзамена достаточно ответить правильно хотя бы на 3 вопроса. Найти функцию распределения индикатора события, что студент сдаст экзамен. (5 баллов)
33. (карточная игра) В карточной игре, когда колода из 32 карт (без шестёрок) раздаётся трём игрокам, получающим по 10 карт, две карты откладываются в сторону. Найти вероятность того, что отложенные в сторону карты окажутся семёрками. (5 баллов)
34. (независимость событий) Игральная кость подброшена дважды. Рассматриваются два события: $A = \{\text{число очков при первом бросании равно } 5\}$; $B = \{\text{сумма очков при двух бросаниях равна } 9\}$. Являются эти события независимыми? (5 баллов)
35. (к Новому Году) По случаю праздника на столе имеется пять бокалов с минеральной водой, три бокала с соком и два бокала с шампанским. К столу подошли семь студентов факультета ФКН, для которых эти напитки одинаково привлекательны, и выбрали по одному бокалу. Найти вероятность того, что на столе осталось по одному бокалу каждого напитка. (5 баллов)

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- собеседование по экзаменационным билетам

Перечень вопросов к экзамену

1. Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности.
2. Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса.
3. Вероятностная схема Бернулли.
4. Статистические распределения.
5. Метод производящих функций.
6. Случайные величины.
7. Математическое ожидание. Дисперсия.
8. Предельные теоремы.
9. Цепи Маркова.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	-	Неудовлетворительно